2024年普物（上）期中（计金班）

2024年普通物理期中考试试卷

计算机金融实验班 考试用时：120分钟

88

姓名 张潇腾 学号 231275006

一、简答题（共30分，每题6分）

29

1、引力常量 $G=6.67\times10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}$（$\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-2}\cdot m^2\cdot kg^{-2}} = \mathrm{kg^{-1}m^3s^{-2}}$），普朗克常量 $h=6.63\times10^{-34}$ J·s 和光速 $c=3.00\times10^8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 是物理学中常见的物理常量。请写出以上三个常量的量纲，并用它们构建一个无量纲量（即用 G, h, c 来表达这个无量纲量）。

解：$[G] = [\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-2}\cdot m^2\cdot kg^{-2}}] = [\mathrm{kg^{-1}m^3s^{-2}}] = M^{-1}L^3T^{-2}$

$[h] = [\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-2}\cdot m\cdot s}] = [\mathrm{kg\,m^2 s^{-1}}] = ML^2T^{-1}$

$[c] = [\mathrm{m\cdot s^{-1}}] = LT^{-1}$

构造无量纲量 a：$[a] = [G]^\alpha [h]^\beta [c]^\gamma$

$= M^{-\alpha+\beta} L^{3\alpha+2\beta+\gamma} T^{-2\alpha-\beta-\gamma}$

$\therefore \begin{cases} -\alpha+\beta=0 \\ 3\alpha+2\beta+\gamma=0 \\ -2\alpha-\beta-\gamma=0 \end{cases}$

$\alpha=\beta=\gamma=0$

$\therefore [a] = [G]^0[h]^0$

$\vec{v} =$ v大小

2、物体能否有一不变的速率而有一变化的速度？如果有请举一个例子。物体能否有一不变的速度而有一变化的速率？如果有请举一个例子。圆周运动中质点的加速度是否一定和速度的方向垂直？如果是请说明理由，如果否请举一个反例。

解：① 可以，匀速圆周运动

② ∵速度不变，∴速度大小、方向均不变，∴不可以

③ 不一定，如质点有切向加速度 a_t，$\vec{a} = \sqrt{a_t^2+a_n^2}$，而 $a_n \perp v$，则 a 不与 v 垂直。

3、牛顿第三定律告诉我们，每一受力总存在一个大小相等方向相反的反作用力，地球上的物体所受重力的反作用力是什么？惯性离心力有无反作用力？若有，其反作用力是什么？若无，请说明是否与牛顿第三定律矛盾？为什么？

解：所受重力反作用力是地面对人的支持力。 人对地球的吸引力

惯性力无反作用力，不与牛顿第三定律矛盾，∵惯性离心力是物体相对惯性参考系所受力，惯性参考系并未受到物体的反作用力。

4、一物体可否只具有机械能而无动量？一物体可否只有动量而无机械能？试举例说明。为什么重力势能有正负，弹性势能只有正值，而引力势能只有负值？

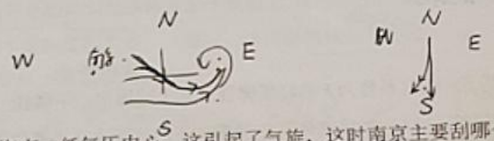
解：① 可能，物体可能速度为0，无动能/动量而有重力势能，此时有机械能。

② 不可能，由于 $mv \neq 0 \Rightarrow v \neq 0 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2}mv^2 \neq 0 \Rightarrow$ 此时拥有机械能。

③ ∵重力势能是相对一水平参考面而言，高出此面为正，低出此面为负。

④ ∵ $E_{弹} = \frac{1}{2}k\Delta x^2$，$k, \Delta x$ 均 ≥ 0，∴只有正值。

⑤ 引力势能定义为距提供引力的物体无穷远处为0，若距离缩短，引力做正功，引力势能减小为负



5、南京正东方的东海近海有一低气压中心，这引起了气旋，这时南京主要刮哪个方向的风？请给出简单解释。南京地铁一号线珠江路站附近某一侧的铁轨只通自北向南的列车，请问该段铁轨经年累月后哪一侧会磨损更严重？为什么？

解：① 这时主要刮西北风．∵风由西向东运动，受到科里奥利力的影响，在北半球会向运动方向右侧偏转．

② 列车行驶方向右侧（即西面的铁轨）磨损更严重∵北半球运动的物体受到科里奥利力的影响，会向运动方向右侧偏转．

二、计算题（共 70 分）

10

1、(10 分) 一质点沿 Ox 轴运动，坐标与时间的变化关系为 $x=4t-2t^3$，式中 x、t 分别以m、s 为单位，试计算：（1）在最初 2 s 内的平均速度，2 s 末的瞬时速度；（2）1 s 末到 3 s 末的位移、平均速度；（3）1 s 末到 3 s 末的平均加速度；（4）3 s 末的瞬时加速度。

解：(1) $\because x=4t-2t^3$

$\therefore v=\dot{x}=4-6t^2$

$t=0$时，$x_0=0m$

$t=2s$时，$x_2=8-2\times8=-8m$

$\therefore V_{平均}=\left|\frac{x_2-x_0}{t}\right|=4m/s$，方向沿Ox轴负方向．

$V_{瞬时}=4-6\times2^2=-20m/s$，方向沿Ox轴负方向．

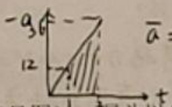
(2) $t=1s$时，$x_1=4-2=2m$

$t=3s$时，$x_3=4\times3-2\times3^3=-42m$

∴位移为44m，方向沿Ox轴负方向

$V_{平均}=\left|\frac{x_3-x_1}{t}\right|=22m/s$，方向沿Ox轴负方向

(3) $a=\dot{v}=-12t$



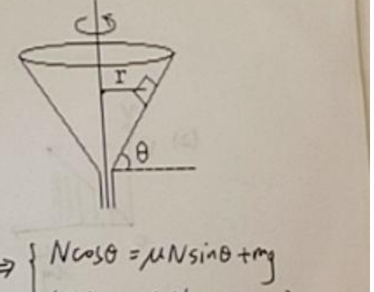
$\bar{a}=\frac{1}{2}\int_1^3 12t\,dt$

$=24m/s^2$，方向沿Ox轴负方向

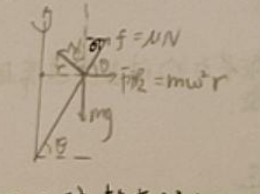
(4) $a_{3s末}=-36m/s^2$ 方向沿Ox轴负方向．

10

2、(10 分) 一质量为 m 的小立方块置于旋转漏斗内壁（见图），漏斗以角速度 ω 旋转．设漏斗与水平方向的夹角为 θ，立方块与漏斗表面间的摩擦系数为 μ．求使小立方块不滑动的最大转速和最小转速．



解：以漏斗作为参考系，则小立方块受到指向外侧的惯性力 $F_{惯}=m\omega^2r$.



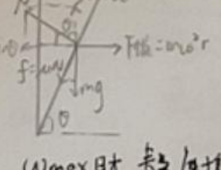
ω_{min}时，静摩擦力斜向上，$f=\mu N$

$$\begin{cases}N\cos\theta+f\sin\theta=mg\\ N\sin\theta=f\cos\theta+m\omega^2r\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}N\cos\theta+\mu N\sin\theta=mg\\ N\sin\theta=\mu N\cos\theta+m\omega^2r\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{\cancel{m}g}{\cos\theta+\mu\sin\theta}=\frac{\cancel{m}\omega^2r}{\sin\theta-\mu\cos\theta}$$

$$\Rightarrow\omega_{min}=\sqrt{\frac{(\sin\theta-\mu\cos\theta)g}{r(\cos\theta+\mu\sin\theta)}}$$



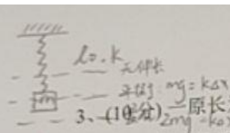
ω_{max}时，静摩擦力斜向下，$f=\mu N$

$$\begin{cases}N\cos\theta=f\sin\theta+mg\\ N\sin\theta+f\cos\theta=m\omega^2r\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}N\cos\theta=\mu N\sin\theta+mg\\ N\sin\theta+\mu N\cos\theta=m\omega^2r\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{\cancel{m}g}{\cos\theta-\mu\sin\theta}=\frac{\cancel{m}\omega^2r}{\sin\theta+\mu\cos\theta}$$

$$\Rightarrow\omega_{max}=\sqrt{\frac{(\sin\theta+\mu\cos\theta)g}{r(\cos\theta-\mu\sin\theta)}}$$



10

3、(10分) 一原长为 l_0、劲度系数为 k 的轻质弹簧，其上端固定，下端挂一质量为 m 的物体，先用手托住，使弹簧不伸长。(1) 如将物体托住慢慢放下，达静止（平衡位置）时，弹簧的最大伸长和弹性力是多少？(2) 如将物体突然放手，物体到达最低位置时，弹簧的伸长和弹性力各是多少？物体经过平衡位置时的速度是多少？

解：(1) 此时物体的重力 = 弹力

$\therefore mg = k\Delta x$

$\Rightarrow \Delta x = \frac{mg}{k}$

$\therefore$ 最大伸长量 $= \Delta x = \frac{mg}{k}$

弹性力 $= mg$，方向竖直向上

(2) 运到最低位置时物体的重力势能转化为弹簧的弹性势能，设下降高度为 h

$\therefore mgh = \frac{1}{2}kh^2$

$\therefore h = \frac{2mg}{k}$

$\therefore$ 伸长为 $\frac{2mg}{k}$，弹性力 $F_弹 = kh = 2mg$，方向竖直向上

经过平衡位置时

$\Delta E_k + \Delta E_p = \Delta E_弹$

$\therefore \frac{1}{2}mv^2 + mg\frac{mg}{k} = \frac{1}{2}k\left(\frac{2mg}{k}\right)^2 - \frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k}\right)^2$

$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{m^2g^2}{k} = \frac{3}{2}k \cdot \frac{m^2g^2}{k^2}$

$\therefore \frac{1}{2}mv^2 = \frac{m^2g^2}{2k}$，$v = \sqrt{\frac{mg^2}{k}} = \sqrt{\frac{m}{k}}g$.

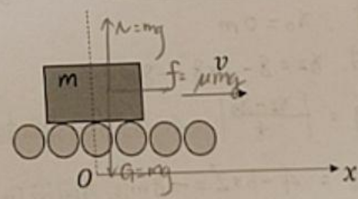
10

4、(10分) 如图 所示，一行李质量为 m，垂直地轻放在传送带上，传送带的速率为 v，它与行李间的摩擦系数为 μ。试计算:

(1) 行李将在传送带上滑动多长时间?

(2) 行李在这段时间内能运动多远?

(3) 有多少能量被摩擦所损耗?



解：(1) 行李受水平向右的摩擦力 $f = \mu N = \mu G = \mu mg$.

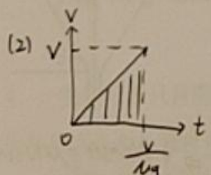
在传送带上滑动直到与传送带共速，$a_m = \mu g$

$\therefore \mu g t = v$

$t = \frac{v}{\mu g}$.

即滑动时间为 $\frac{v}{\mu g}$.

(2)

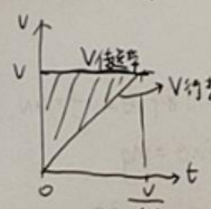


由 v-t 图，$S = \int_0^{\frac{v}{\mu g}} \mu g t \, dt$

$= \frac{1}{2}\mu g t^2 \Big|_0^{\frac{v}{\mu g}}$

$= \frac{1}{2}\mu g \frac{v^2}{\mu^2 g^2} = \frac{v^2}{2\mu g}$

(3) 损耗的能量为物体与传送带相对位移产生的热能.



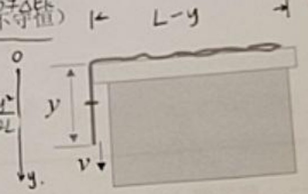
$X_{相对} = \frac{v^2}{2\mu g}$

$\therefore W_{损耗} = f X_{相对} = \mu mg \cdot \frac{v^2}{2\mu g}$

5、(15 分) 一柔软可自由伸展的均匀链条放置水平桌面上，链一端在自身重量作用下开始下落，忽略摩擦，求链下落速度与下落距离的关系。（提示：该问题机械能不守恒）

$\Delta E_p \neq \Delta E_k$

6



解：设链条的总长度为 L，质量为 m.

求链条整体的质心：$y_c = \dfrac{\int_0^y \frac{m}{L} y\,dy}{m} = \dfrac{\frac{1}{2}\frac{m}{L}y^2}{m} = \dfrac{y^2}{2L}$

$\because \dot{y} = v = \dfrac{dy}{dt}$.

而 $dt = \dfrac{1}{v}dy$

$v\,dt = dy$

$\int_0^t v\,dt = \int_0^y dy$

$mg - \dfrac{L-y}{L}mg = m\ddot{y}_c$

$\dfrac{y}{L}mg = m\ddot{y}_c$

$\ddot{y}_c = \dfrac{y}{L}g$

$\dfrac{dy_c}{dt} = \dfrac{y}{l}$ $\quad \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{y}{l}v$

$\ddot{y}_c = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{y}{l}v\right)$

$= \dfrac{v}{dy}d\left(\dfrac{y}{l}v\right)$

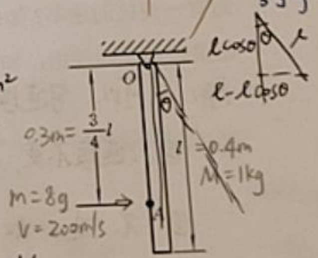
$\dfrac{y}{\cancel{L}}g = \dfrac{v}{dy}d\left(\dfrac{y}{\cancel{l}}v\right) \Rightarrow \underbrace{yg\,dy}_{\text{可积分}} = v\,d(yv)$

$\int_0^y y^2 g\,dy = \int_0^{vy} vy\,d(yv)$

$\dfrac{1}{3}y^3 g = \dfrac{1}{2}(yv)^2$

6、(15 分) 一长 l=0.40 m 的均匀木棒，质量 M=1.00 kg，可绕水平轴 O 在竖直平面内转动，开始时棒自然地竖直悬垂。现有质量 m=8 g 的子弹以 v=200 m/s 的速率从 A 点射入棒中，假定 A 点与 O 点的距离为 $\frac{3}{4}l$，如图所示。求：(1) 棒开始运动时的角速度；(2) 棒的最大偏转角。

13



解：(1) 均匀木棒与子弹组成的系统对于O角动量守恒.

$J = \frac{1}{3}Ml^2 = \frac{1}{3}\times 1 \times 0.16 = \frac{4}{75}\,kg\cdot m^2 = 0.053\,kg\cdot m^2$

$\frac{3}{4}l \cdot mv = (J + (\frac{3}{4}l)^2 m)\cdot\omega$

$0.3 \times 8\times10^{-3}\times 200 = (\frac{4}{75} + 0.3^2\times 8\times 10^{-3})\omega$

$\therefore \omega = \cancel{\dfrac{4.8\times10^{-1}}{2.4\times10^{-3}+\frac{4}{75}}} = \cancel{\dfrac{48}{5.57}\,rad/s}$. 7.97 rad/s

8.89

$\cancel{= 8.62\,rad/s}$

−1

(2) 子弹嵌入后至上升到最高点能量守恒.

则 $\frac{1}{2}(J + \frac{3}{4}l^2 m)\omega^2 = \frac{1}{2}Mgl(1-\cos\theta) + \frac{3}{4}mgl(1-\cos\theta)$

$\frac{1}{2}(J + (\frac{3}{4}l)^2 m)\omega^2 = (\frac{1}{2}Mgl + \frac{3}{4}mgl)(1-\cos\theta)$

$\therefore 1-\cos\theta = \dfrac{\frac{1}{2}(J + (\frac{3}{4}l)^2 m)\omega^2}{\frac{1}{2}Mgl + \frac{3}{4}mgl}$

$= \dfrac{\frac{9}{32}l^2 m\omega^2 + \frac{1}{6}Ml^2\omega^2}{\frac{1}{2}Mgl + \frac{3}{4}mgl}$

$\cos\theta = 1 - \dfrac{\frac{9}{32}l^2 m\omega^2 + \frac{1}{6}Ml^2\omega^2}{\frac{1}{2}Mgl + \frac{3}{4}mgl}$ $\quad 1 - \dfrac{2.13597}{1.98352} = -0.0768$

$= 1 - 0.846 = 0.154$

$\therefore \theta = \arccos 0.154$