



# 离散数学

## Discrete Mathematics

### 第〇讲：写在前面的话

吴楠

南京大学计算机学院

2025年2月18日



# 本讲主要内容



- 课程信息
- 引论：数学的本质
- 什么是离散数学
- 离散数学的主要内容
- 挽歌：人类的无助



# 课程信息



离散数学（计算机学...

群号：774502618



吴楠 南京大学计算机学院

email: [nwu@nju.edu.cn](mailto:nwu@nju.edu.cn)

课程群: QQ / TM 群 774502618

办公室: 仙林校区计算机楼 304 办公室

office time: 群信息、邮件 @ 任何时间

教学网站: 南京大学计算机学科本科教学

支撑平台 <http://cslabcms.nju.edu.cn/>



# 课程安排及答疑方式



- 课程安排：周二3—4节、周五5—6节，南教102，共16周
- 习题课：周二9—10节（18:30开始），南教102，主要进行课程内容回顾、作业集中问题讲解和典型习题练习；习题课由课程助教轮流主持
- 助教安排：林辰、李景荣、赖司贤（均为南京大学数学学院博士研究生，研究方向为代数、数理逻辑等）；负责作业批改、主持习题课、期中、期末复习课；参与在线答疑
- 在线答疑：本课程全时在课程群进行在线答疑，教师和助教将及时回复关于课程或作业的问题（作业相关问题请在当次作业提交后再咨询助教），欢迎进行群内互助式回答



# 关于课后作业



## ■ 课后作业发布与提交方式：

- 每讲结束后会在教学网站在线发布 Problem Set（习题册），一般每个习题册包含6—10个问题
- 当周作业请在**下周二上课前**在教学网站提交PDF版本的解答，手写拍照或电子稿均可。作业将由助教仔细批改，**抄袭作业会严重影响总评成绩**
- 课后习题允许使用大语言模型进行思路启发，但不可直接将大语言模型的输出作为解答进行提交
- 本人的作业成绩可在教学网站当次作业下查询，并可在评语中看到错误题号和简要的错误说明

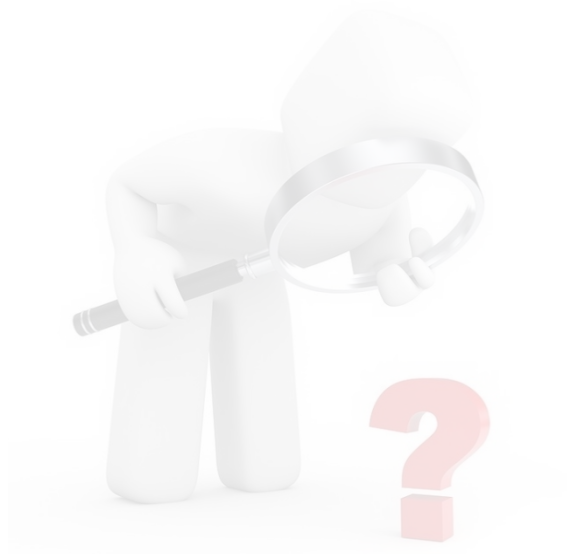


# 关于考试



## ■ 总评成绩构成：

- 平时作业（约30次）：20%
- 期中测验（闭卷）：20%
- 期末考试（闭卷）：60%

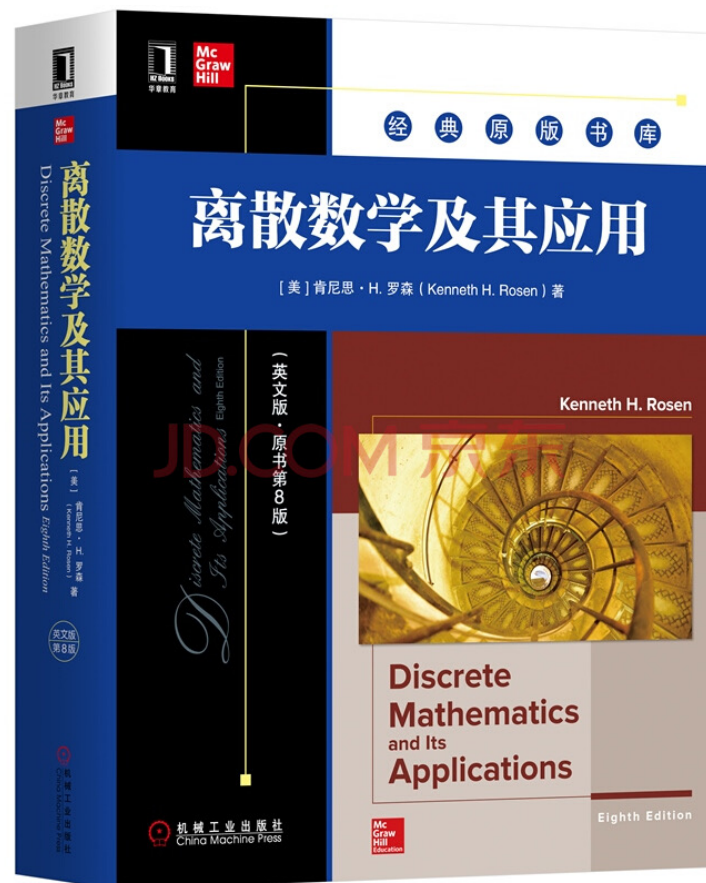




# 主要教科书



中文版（推荐）



英文版



# 推荐参考阅读书目



## ■ 中文参考书:

- 屈婉玲, 耿素云, 张立昂, 离散数学 (第2版), 高等教育出版社, 2015 (本课程“代数系统”部分以本书相关章节为主要教材)

## ■ 英文参考书:

- Bernard Kolman, Discrete Mathematical Structures, 高等教育出版社, 2010 (影印版)
- Michael Huth, *et al.* Logic in Computer Science: Modelling and Reasoning about Systems. Cambridge University Press, Second Edition, 2004





# 课程中的“特殊环节”



## “自学内容”

（自学内容一般不做考试要求，但课后作业可能涉及）

## “烧脑时刻”

（数学发展中的重要时刻，头脑风暴内容不做考试要求）



范式



自学内容  
(pp. 34—39)



- 命题公式的形式各异，为研究命题逻辑带来困难，能否将所有的命题公式转化为统一的标准形式？
  - 命题联结词可以通过等值演算进行转化，任何命题公式都可写为仅用 $\{\neg, \wedge\}$ 或者 $\{\neg, \vee\}$ 联结的形式
  - 总能够通过命题等值演算将任意命题公式转化为一系列命题变元（及其否定）的析取或者合取的形式

范式

34



无穷公理



Brainstorming

无穷与离散结构的关系？



- 无穷公理 (Axiom of Infinity, **ZFC.7**) :

$$\exists A(\emptyset \in A \wedge (\forall x \in A)(x^+ \in A))$$

- A set is a **MANY** that allows itself to be thought of as a **ONE**.  
—— Georg Cantor (康托尔)
- The empty set is the **ATOM** of all natural numbers.  
—— Bertrand Russell (罗素)
- 道生一；一生二，二生三，三生万物。  
—— 老子
- 自然之多呈现在对原初观念的掌握中。  
—— Martin Heidegger (海德格尔)

自然数与无穷集合

7

# Who Am **I** and Why Am **I** Here ?

—— *Ancient Maxim*





# 人类认知的分层（一种观点）





**The universe is a grand book which cannot  
be read until one first learns to  
comprehend the language and become  
familiar with the characters in which it  
is composed. It is written in the language  
of mathematics.**





# 引论：数学的本质



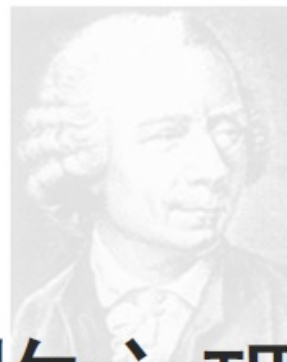
Isaac Newton



Carl Friedrich Gauss



Archimedes



Leonhard Euler



Euclid

判天地之美，析万物之理。



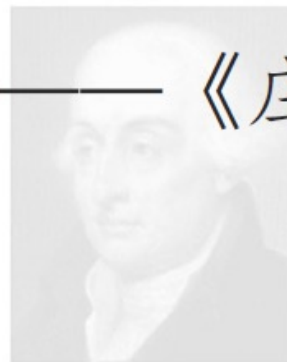
Riemann



Poincaré



Hilbert



Lagrange



Leibniz

——《庄子·天下》



# 一切科学、哲学和艺术的研究对象



天

大宇宙

地

中宇宙——自然界

人

小宇宙



# 科学与艺术



科学和艺术是不可分割的，正像一枚硬币的两面。它们共同的基础是人类的创造力，它们追求的目标都是真理的普遍性。

——李政道



# 美学的四大构件

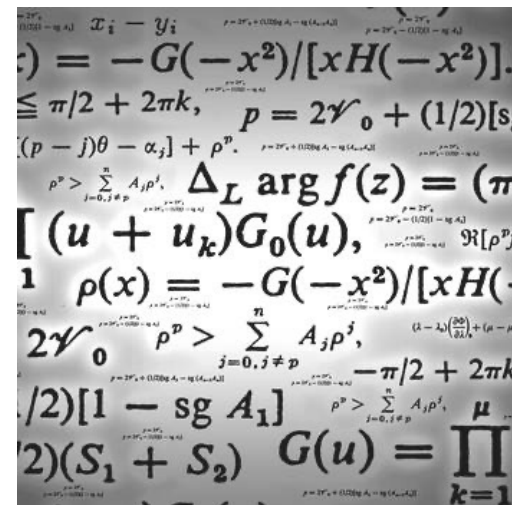
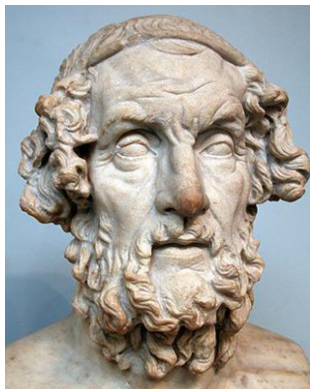


史 诗

音 乐

造 型 (绘画、建筑)

数 学





# 美是真理的光辉



Beauty is truth, truth beauty. That is all ye know  
in life, and all ye need to know.

John Keats

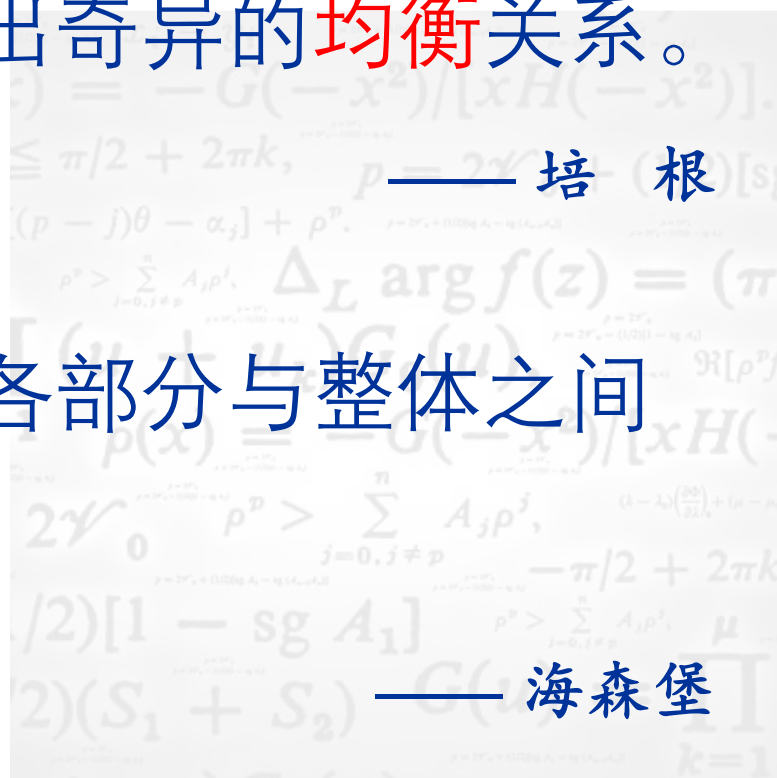


# 美的呈现形式



- 一切绝妙的美都显示出奇异的**均衡**关系。

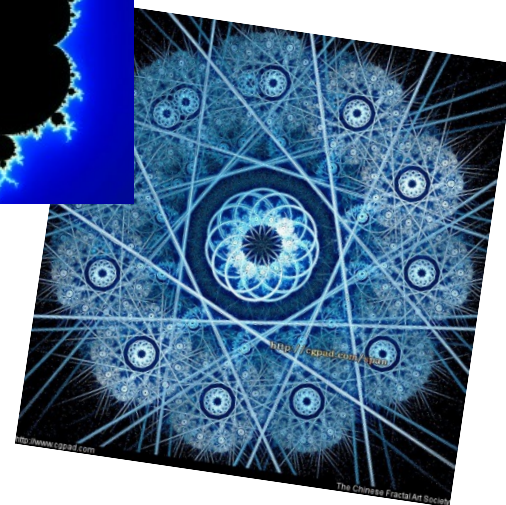
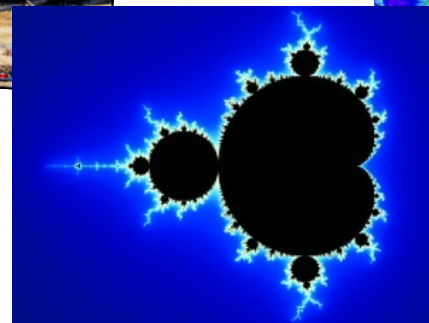
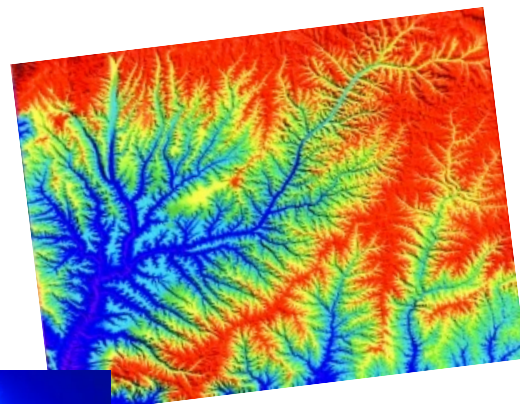
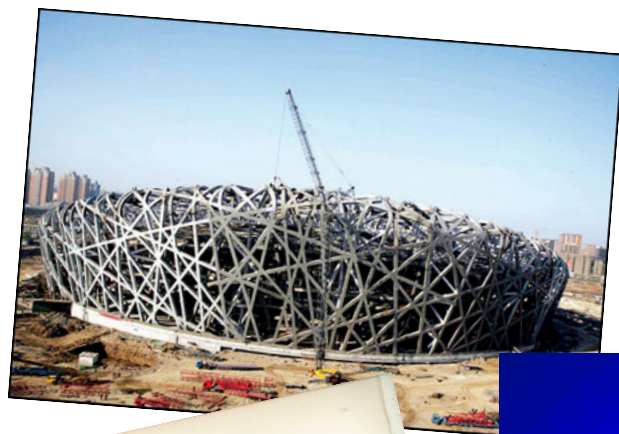
- 美是各部分之间以及各部分与整体之间固有的**和谐**。





# 数学之美

简单  
对称  
完备  
统一  
和谐  
奇异





# 数学的本源：数学真正存在吗？



数学：公理体系 + 演绎推理

DEDUCTION VS INDUCTION

V S.

经验科学：事实 + 归纳推理

Theory  
↓  
Hypothesis  
↓  
Observation  
Confirmation

Theory  
↑  
Hypothesis  
↑  
Pattern  
Observation

为什么？



ARISTOTLE



SHERLOCK

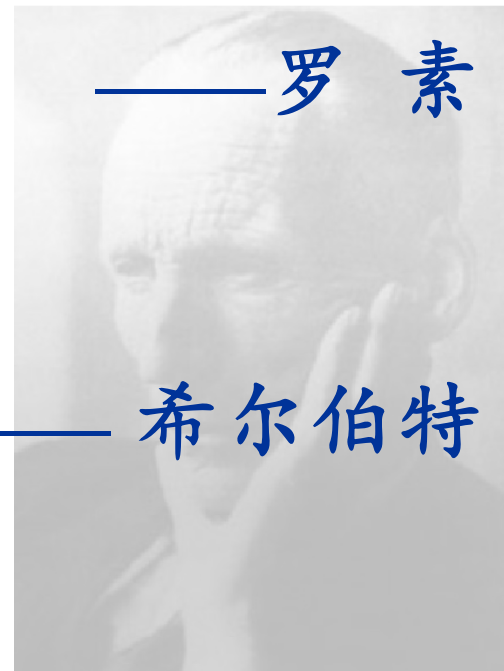
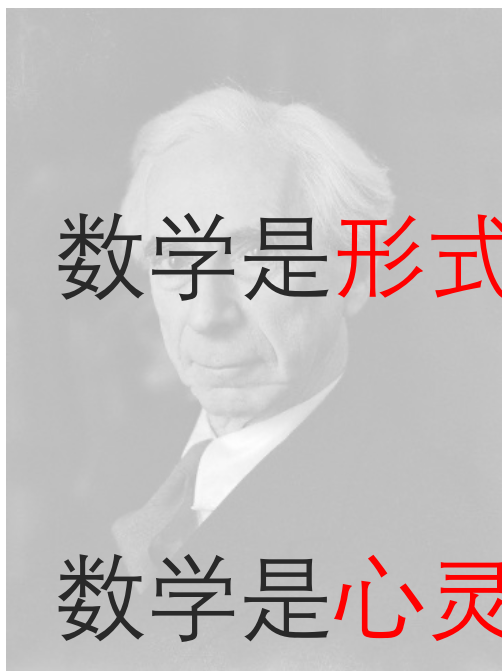
B



# 数学的本源（续）



数学是逻辑学。



——布劳威尔



# 什么是离散数学？



- 离散数学 (discrete mathematics) 是研究离散对象的数学分支。与离散数学相对应的是连续数学 (continuous mathematics)
  - 离散系统：由分离的元素组成，如自然数集
  - 连续系统：由连续的元素组成，如实数集



# 离散数学研究哪些内容？



- 集合、关系、函数、离散概率
- 数理逻辑
- 抽象代数
- 组合数学
- 形式语言与计算理论
- 图论
- 离散结构 等



# 离散数学研究哪些内容？



- 集合、关系、函数、离散概率
- 数理逻辑
- 抽象代数
- 组合数学
- 形式语言与计算理论
- 图论
- 离散结构 等



# 本课程的教学内容



- 逻辑与证明 (15%)
  - 命题逻辑、谓词逻辑、推理、证明方式
- 离散结构 (50%)
  - 集合、图、树
- 代数系统 (20%)
  - 群论、格、布尔代数
- 计数技术与离散概率 (15%)
  - 计数、组合数学、递归、离散概率



# 为什么要学习离散数学？



- 提高数学**论证**和**求解**的能力——提高**审美**能力
- 培养**抽象**思维能力和逻辑**推理**能力
- 离散数学是人工智能与计算机学科的数学基础
  - 数据结构，算法，机器学习，大模型理论，形式语言，编译原理，大数据技术，操作系统，自然语言处理等
- 离散数学同样也是物理学、化学、生物学、工程等诸多领域的数学基础





# 挽歌：人类的无助



- 在离散数学中，我们更可以看到科学的局限和人类的无助与努力
  - 悖论
  - 逻辑系统的不完备性
  - 朴素集合论的崩溃
  - 哥德尔不完备定理
  - 无穷
  - 连续统假设
  - 希尔伯特的二十三个问题

